

**FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

LUAN ENDLICH PANIZZI

**O USO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA EM ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS DE
ENSINO-APRENDIZAGEM NO CÁLCULO DIFERENCIAL: UMA EXPERIÊNCIA
COM ACADÊMICOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UNIR JI-
PARANÁ**

JI-PARANÁ

2016

LUAN ENDLICH PANIZZI

**O USO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA EM ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS DE
ENSINO-APRENDIZAGEM NO CÁLCULO DIFERENCIAL: UMA EXPERIÊNCIA
COM ACADÊMICOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UNIR JI-
PARANÁ**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Departamento de Matemática e Estatística, da Fundação Universidade Federal de Rondônia, *Campus* de Ji-Paraná, como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Me. Patrícia Batista Franco.

Ji-PARANÁ

2016

FICHA CATALOGRÁFICA

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação Biblioteca Setorial - UNIR/Campus de Ji-Paraná

P193u
2016

Panizzi, Luan Endlich

O Uso do software em atividades exploratórias de ensino-aprendizagem no cálculo diferencial: Uma experiência com acadêmicos de Licenciatura em Matemática da UNIR em Ji-Paraná / Luan Endlich Panizzi; orientador, Patrícia Batista Franco. -- Ji-Paraná, 2016

54 p. : 30 cm

Trabalho de conclusão de Curso Licenciatura em Matemática. –
Universidade Federal de Rondônia, 2016

Inclui referências

1. Didática da Matemática. 2. Tecnologia e educação. 3. Dificuldades de aprendizagem. I. Franco, Patrícia Batista. II. Universidade Federal de Rondônia. III. Título

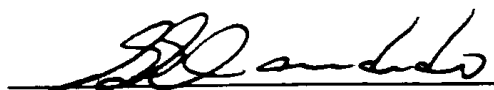
CDU 51:004

LUAN ENDLICH PANIZZI

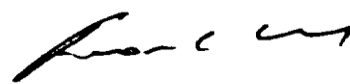
O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA EM ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS DE ENSINO-APRENDIZAGEM NO CÁLCULO DIFERENCIAL: UMA EXPERIÊNCIA COM ACADÊMICOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UNIR JI-PARANÁ

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciado em Matemática e teve o parecer final como **aprovado** no dia 04 de julho de 2016, pelo Departamento de Matemática e Estatística (DME), da Universidade Federal de Rondônia, Campus de Ji-Paraná.


Banca Examinadora



Prof. Dr. Lenilson Sergio Candido
Membro da Banca



Prof. Me. Fernando Luiz Cardoso
Membro da Banca



Profa. Me. Patrícia Batista Franco
Orientadora e Presidente da Banca

Ji-Paraná – RO, 04 de Julho de 2016.

AGRADECIMENTOS

A DEUS autor e consumidor da vida;

Aos Líderes da Igreja Redenção no Governo dos 12, Pastores Reinaldo, Ruth, e toda sua família;

A minha Mãe Elizete e a meu Pai Cláudio, que me em todos os momentos, com seu amor incondicional;

A Jaqueline, minha amada namorada, por sua paciência e ternura, que me auxiliou em todos os momentos deste curso;

A minha orientadora Prof^a. Me. Patrícia Batista Franco, por sua paciência e dedicação, que me auxiliou em toda a pesquisa e confecção desta monografia;

Aos Professores do Departamento de Matemática e Estatística (DME) pelo direcionamento no curso e pelas contribuições em aprendizagem as disciplinas do curso;

Ao PIBID, subprojeto esse que me capacitou às apresentações em público, e incentivou para que eu pudesse seguir em pesquisa, extensão e docência;

Aos coordenadores do PIBID professor Dr. Marlos, Dr. Lenilson e Dr. Emerson;

A meus amigos, Fabiane, Joseane, Nilcéia e, Rafael, que ampararam em todos os momentos e disciplinas, para que eu não desistisse do curso;

Em especial a meu amigo Rafael Ribeiro pela paciência em me ajudar nas listas intermináveis das matérias específicas de Matemática;

A meu amigo Rodrigo Silva que auxiliou nos momentos difíceis e por proporcionar momentos de diversão;

Aos colegas de curso que contribuíram na coleta de dados desta pesquisa;

Não poderia de deixar de agradecer em especial a minha irmã Luana que comprou meu escritório de estudos (Escrivania e luminária) para que eu pudesse estudar;

A equipe gestora das escolas Jovem Gonçalves Vilela, Marechal Rondon e Lauro Benno Pedrigger, por auxiliar-me e confiar para que pudesse realizar os estágios;

Em especial ao Professor que instigou sede de aprender a matemática e que pudesse realizar o curso de Licenciatura em Matemática, Professor Ildo Mussoi;

E a todos que fazem parte na construção inestimável, a aprendizagem e de alguma forma contribuiu para que pudesse realizar este curso.

Mas a SABEDORIA que vem do alto é, primeiramente pura, depois, pacífica, moderada, tratável, cheia de misericórdia, e de bons frutos, sem parcialidade e sem hipocrisia (Tiago 3:17).

O vento sopra aonde quer, e ouve a sua voz, mas não sabes donde vem, nem para onde vai; assim é todo aquele que é nascido do Espírito (João 3: 8).

“aprender é também conviver com contradições, com o saber físico de um olhar ou das entonações de voz; aprender é também perceber os movimentos dialógicos dos grupos e compreender o tempo discreto e sutil do convívio” (ALMEIDA, 2006 p.19).

RESUMO

Esta pesquisa teve por objetivo investigar o processo de ensino-aprendizagem dos acadêmicos do 4º período de Licenciatura em Matemática da UNIR de Ji-Paraná, ao utilizarem o *software* GeoGebra no Cálculo Diferencial, especificamente nos conteúdos: domínio, imagem, continuidade, descontinuidade, limite e derivada de funções reais por meio de atividades exploratórias. Para a coleta de dados desta pesquisa, foi utilizado o método pesquisa ação, ao qual foi aplicado um questionário investigativo, avaliação de aprendizagem e seminário, contendo 4 atividades exploratórias do Cálculo Diferencial. Desta maneira, foi verificado que o uso de *softwares* na matemática, e em específico ao Cálculo Diferencial auxiliam o processo de ensino-aprendizagem criando processos de democratização a medida que são acessíveis a comunidade acadêmica. Ao utilizar o *software* GeoGebra no Cálculo Diferencial com atividades exploratórias o ensino-aprendizagem é enriquecido, possibilitando assim caminhos diversos à aprendizagem, pois destaca-se processos e procedimentos resolutivos, retomando conceitos e simbologias Matemáticas adequadas para descrever diferentes resoluções.

Palavras-chave: Processo de ensino-aprendizagem Matemática; Cálculo Diferencial; TIC; GeoGebra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Resultados da Avaliação de Aprendizagem	24
Figura 2 – Questão 1 da Avaliação de Aprendizagem	25
Figura 3 – Questão 2 da Avaliação de Aprendizagem	25
Figura 4 – Questão 3 da Avaliação de Aprendizagem	26
Figura 5 – Questão 4 da Avaliação de Aprendizagem	27
Figura 6 – Questão 5 da Avaliação de Aprendizagem	27
Figura 7 – Questão 1 da Atividade Exploratória 1	28
Figura 8 – Questão 2 da Atividade Exploratória 1	29
Figura 9 – Questão 3 da Atividade Exploratória 1	29
Figura 10 – Questão 4 da Atividade Exploratória 1	30
Figura 11 – Questão 1 da Atividade Exploratória 2	30
Figura 12 – Questão 2 da Atividade Exploratória 2	30
Figura 13 – Questão 3 e 4 da Atividade Exploratória 2	31
Figura 14 – Questão 5 da Atividade Exploratória 2	31
Figura 15 – Questão 6 da Atividade Exploratória 2	32
Figura 16 – Questão 1 da Atividade exploratória 3	32
Figura 17 – Mensagem de erro da questão 1 da Atividade exploratória 3	33
Figura 18 – Questão 2 da Atividade exploratória 3	34
Figura 19 – Questão 1 da Atividade exploratória 4	34
Figura 20 – Questão 2 da Atividade exploratória 4	34
Figura 21 – Questão 3 da Atividade exploratória 4	35
Figura 22 – Questão 4 da Atividade exploratória 4	36

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Notas das Avaliações de Aprendizagem	24
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS

CDI I	Cálculo Diferencial e Integral I
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CAS	<i>Computer Algebra System</i>
DME	Departamento de Matemática e Estatística
LEI	Laboratório Escolar de informática
PC	Computador Pessoal
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
SEMATES	Semana de Matemática e Estatística
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TIC	Tecnologia da Informação e Comunicação
UNIR	Fundação Universidade Federal de Rondônia

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
2	REFERENCIAL TEÓRICO	14
3	METODOLOGIA	19
4	RESULTADOS	22
4.1	Questionário investigativo	22
4.2	Avaliação de Aprendizagem.....	23
4.3	Atividades Exploratórias.....	28
4.3.1	<i>Atividade Exploratória 1</i>	28
4.3.2	<i>Atividade Exploratória 2</i>	30
4.3.3	<i>Atividade Exploratória 3</i>	32
4.3.4	<i>Atividade Exploratória 4</i>	34
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	37
5.1	Sugestões desta Pesquisa	38
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	39
	APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	42
	APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO INVESTIGATIVO.....	43
	APÊNDICE C – AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM.....	46
	APÊNDICE D – APOSTILA GEOGEBRA: ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS	48

1 INTRODUÇÃO

O Departamento de Matemática e Estatística – DME, da Universidade Federal de Rondônia – UNIR, *campus* de Ji-Paraná, realiza anualmente um evento para a divulgação de pesquisas e trabalhos acadêmicos desenvolvidos na UNIR e em outras universidades. Na XIII Semana de Matemática e III Semana de Estatística (SEMATES) foram ofertadas diversas palestras, mesas redondas e seminários. Um dos eventos interessantes foi o seminário “Funções Matemáticas Elementares com o Maple”, que abordou o estudo de funções Matemáticas a partir do uso do *software* Maple. Com os conhecimentos adquiridos neste seminário foi possível utilizar o *software* durante as disciplinas de Cálculo, possibilitando melhorias no desenvolvimento de assimilação, raciocínio matemático, na visualização de gráficos, soluções e procedimentos diversos no processo resolutivo da Matemática, visto de modo expositivo e dialogado em grande parte da vida acadêmica. Também despertou o interesse na investigação das possíveis contribuições do uso de *softwares* no processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

As TICs (Tecnologias da Informação e Comunicação) podem ser entendidas como o conjunto das mais diversas mídias que levam informação, comunicação, disseminando a aprendizagem (ALMEIDA, 2006; SOUZA, 2010; ALVES CARVALHO & SILVA CARVALHO, 2014). Alves Carvalho e Silva Carvalho (2014, p. 8) definiram TIC como o “conjunto de recursos tecnológicos utilizados de forma integrada, com um objetivo comum”. O uso das TICs em ambientes escolares colabora na quebra dos paradigmas de aprendizagem, proporcionando aos acadêmicos o deslumbre e prazer ao utilizá-las (BORBA & PENTEADO, 2005; ALVES ALMEIDA, 2009; ALVES CARVALHO & SILVA CARVALHO, 2014).

A tecnologia apresenta-se também como um dos instrumentos de colaboração no processo de aprendizagem Matemática (MORAN *et.al.*, 2000). Autores como Almeida (2006), Almeida e Almeida (2006), Olímpio Junior (2006), Henriques (2008), Penczkoski *et.al.* (2010), Martins Junior (2015) apresentaram em seus trabalhos resultados satisfatórios quanto ao uso de *softwares* no processo de ensino-aprendizagem de Matemática. O recurso tecnológico permite a visualização

gráfica, unindo teoria e prática em sala de aula.

Visto que *softwares* com diversas potencialidades apresentam resultados no processo de ensino-aprendizagem, como citados por Moran *et. al.* (2000), Almeida (2006), Almeida e Almeida (2006), Olímpio Junior (2006), Penczkoski, *et.al.* (2010), o objetivo deste trabalho foi utilizar o *software* GeoGebra no processo de ensino-aprendizagem do Cálculo Diferencial, especificamente nos conteúdos: domínio, imagem, continuidade, descontinuidade, limite e derivada de funções reais, para avaliar o processo de aprendizagem dos acadêmicos do 4º período de Licenciatura em Matemática da UNIR de Ji-Paraná, no 1º período de 2016, ao utilizarem o *software* GeoGebra.

Este trabalho está organizado por capítulos, da seguinte forma:

O Capítulo 1 – Introdução, expõe um parecer geral da temática, levando o leitor a compreender as possíveis motivações, justificativa e objetivo da pesquisa.

O Capítulo 2 - Referencial teórico, apresenta autores que discutem o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) na Educação e na Matemática.

O Capítulo 3 – Metodologia, descreve o delineamento didático-metodológico utilizado na pesquisa.

O Capítulo 4 – Resultados, expõe a análise dos dados desta pesquisa.

O Capítulo 5 – Considerações finais, finaliza este trabalho expondo as contribuições desta pesquisa e trabalhos futuros.

O Capítulo 6 – Referências Bibliográficas, apresenta as referências utilizadas neste trabalho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Os computadores pessoais começaram a ser utilizados pela sociedade a partir da década de 70, criando-se processo de democratização à medida que eram acessíveis aos cidadãos (ALMEIDA, 2006).

Em 1996 foi introduzida a lei número 9.394 de 20 de dezembro de 1996, estabelecendo as diretrizes e bases da educação nacional, garantindo a sociedade acadêmica acesso as diversas tecnologias, proporcionando o desenvolvimento científico e tecnológico (BRASIL, 1996).

Com as políticas educacionais houveram mudanças significativas atribuídas aos planos didático-metodológicos das instituições de ensino de todo o país. Ao regulamentar as diretrizes da base nacional de educação, houve a necessidade do governo instituir projetos de informática na educação (ALVES CARVALHO & SILVA CARVALHO, 2014).

Alves Carvalho e Silva Carvalho (2014) investigaram o uso de Laboratório Escolar de informática (LEI) e Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) no Ensino Médio. A pesquisa foi feita com professores e alunos de uma escola pública do Ensino Médio, utilizando atividades diferenciadas em grupos com uso de computadores. Os autores verificaram que a utilização dos laboratórios de informática e as TIC são eficazes por permitirem métodos de aprendizagem, como também, que o uso de computadores no ensino-aprendizagem é uma das formas de manter alunos e professores motivados, pois proporcionam uma educação de qualidade com acesso universal ao conhecimento.

O uso de *softwares* educacionais aplicados em sala de aula não é o único recurso metodológico que o professor pode usar, pois a tecnologia por si só não irá resolver o problema de aprendizagem (ALMEIDA & ALMEIDA, 2006). Cabe ao professor avaliar o benefício gerado pelas atividades desenvolvidas em aulas, verificando os objetivos, bem como avaliar o processo de ensino-aprendizagem proporcionado pelas atividades (JUCÁ, 2006).

Frente aos avanços tecnológicos, ambientes informatizados também foram introduzidos no ensino da Matemática, ocasionando mudanças nas práticas

pedagógicas das escolas, sendo inseridas propostas didático-metodológicas de ensino que utilizassem computadores como ferramenta de ensino-aprendizagem em diversas áreas do conhecimento (ALMEIDA, 2006; MORAN *et.al.*, 2000).

Com o constante avanço científico da sociedade, o uso de recursos tecnológicos incorretos no ensino da Matemática ocasionou falhas no processo de aprendizagem, e um dos motivos foi a formação acadêmica dos professores, pois não eram proporcionadas metodologias adequadas ao instituir ambientes informatizados nas instituições. As atividades de organização de aulas e atividades curriculares envolvendo as Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) dependem de Projetos Pedagógicos e Planos Municipais (ou Estaduais), de modo que exista uma boa desenvoltura das atividades propostas. A implementação das TICs nas instituições de ensino também dependem de projetos político-educacionais que tenham clareza e possibilidade de execução, para que apresente uma estrutura didático-pedagógica significativa para o ensino-aprendizagem (ALMEIDA, 2006).

Ocasionalmente um elo entre a teoria e a prática, podem-se desenvolver projetos com *softwares* educacionais que admitem melhor compreensão de resultados e qualidades na aprendizagem da Matemática de modo que apresentem resultados satisfatórios. Aulas expositivas possibilitam aos estudantes absorverem teorias e processos resolutivos, e com o uso do *software* é possível analisar, verificar e visualizar resultados numéricos, algébricos e gráficos. De modo geral, recursos tecnológicos adotados no processo de ensino induz o estudante a buscar e a criar caminhos de aprendizagem (ALMEIDA, 2006; ALMEIDA & ALMEIDA, 2006; MORAN *et. al.*, 2000; OLÍMPIO JUNIOR, 2006; SOUZA, 2010).

Tanto o modo tradicionalista e/ou modo informatizado de ensino da Matemática elementar, quanto do Cálculo, ainda é amplo em suas discussões, a proposta metodológica interativa e informatizada traz o legado de aprendizado amplo e eficaz, como descrito por Valente (1999), Almeida (2006), Almeida e Almeida (2006), Olímpio Junior (2006), Souza (2010), Wilgeas (2010).

O uso de *softwares* educacionais no processo de ensino-aprendizagem da Matemática apresenta significância quando tem consistência teórica e prática, e quando o professor apresenta domínio sobre a atividade proporcionada, criando situações de desafio em que o estudante irá avançar no conhecimento e na aprendizagem (ALMEIDA, 2006; SOUZA, 2010).

Para Valente (1999, p. 54) “O aprendizado é entendido como a construção individual do conhecimento a partir de atividades de exploração, investigação e descoberta”, que proporciona ambientes de ensino construtivista, dado por elaboração de conceitos e significados ao aprendiz, tornando acima da necessidade institucional acadêmica.

Valente (1999) descreveu um método de teoria Matemática e prática informatizada, relacionando o cotidiano com as Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs). Este método proporcionou ao aluno relacionar e criar meios de aprendizagem tornando-o eficiente e autodidata. Esta visão construtivista é tratada por parte reflexiva no processo do ensino, sendo proporcionada a construção e organização do conhecimento, dado por interação do estudante com esses recursos informatizados (SOUZA, 2010).

A capacidade de abstração, proposta por ambientes informatizados, torna-se importante para a aprendizagem Matemática avançada, especificamente na área do Cálculo (OLÍMPIO JUNIOR, 2006; HENRIQUES, 2008; SOUZA, 2010).

Os *softwares* matemáticos e suas potencialidades na área do Cálculo proporcionam melhor qualidade de ‘visualização’ das teorias e práticas (OLÍMPIO JUNIOR, 2006). Com auxílio de *softwares* matemáticos a aprendizagem em Cálculo torna-se não só intuitiva, pois permite visualizar os procedimentos matemáticos de modo gráfico, numérico e algébrico (HENRIQUES, 2008).

Trabalhos apresentados por Olímpio Junior (2006), Martins Junior (2006) e Richit (2010) apontaram a significância dos *softwares* matemáticos como ferramentas de ensino-aprendizagem.

Olímpio Junior (2006) em sua pesquisa proporcionou um olhar voltado à oralidade, escrita e informática, ao utilizar o *software* Maple em um ambiente de diálogo interativo, em que propõe episódios de diálogo voltado ao Cálculo, especificamente em continuidade, descontinuidade e derivada de funções reais. Para o autor os resultados obtidos com a pesquisa foram incríveis e não triviais, pois os acadêmicos apresentaram vários posicionamentos perante as situações problemas de Cálculo, chegando à conclusão que o *software* propicia interação no Cálculo proporcionando diálogo, oralidade e escrita Matemática.

Martins Junior (2015) descreveu um processo interativo para trabalhar conceitos do Cálculo com o *software* GeoGebra, com atividades exploratórias.

Admitindo o olhar positivo ao utilizar as TICs no ensino-aprendizagem do Cálculo, o autor alertou sobre a necessidade mínima do professor conhecer as ferramentas do *software* a se trabalhar. Salientou ainda, a necessidade do professor saber introduzir a atividade exploratória do Cálculo no ensino da Matemática, pois é necessário que o estudante saiba relacionar teoria e prática.

Richit (2010) propôs aos professores um panorama das funcionalidades de *softwares* matemático na área do Cálculo, em que buscou desempenhar atividades que relacionava as TICs como um recurso metodológico em meio a aulas expositivas, sugerindo significância às aulas de Cálculo. A autora concluiu que o olhar reflexivo dos professores ao dispor aulas expositivas alinhadas ao uso de ambientes informatizados, não necessariamente *softwares*, propiciou aos acadêmicos, o ambiente ideal para aprender e relacionar a Matemática.

Wilgeas (2006) fez uma pesquisa voltada ao uso das TICs no ensino superior. Vislumbrando a ideia de exploração de conceitos complexos e abstratos do Cálculo com o *software* GeoGebra, que proporciona a visualização gráfica, numérica e algébrica. Foi utilizado grupos de professores para proporcionar um melhor desenvolvimento da aprendizagem, estabelecendo compartilhamento de experiências e resultados entre os acadêmicos. Conclui a autora que os professores pesquisados utilizam recursos ultrapassados, dispondo de práticas equivocadas proporcionando falhas na aprendizagem matemática. Salientou ainda, a necessidade de rever os cursos de formação acadêmica, proporcionando melhorias nos currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática.

Autores como Amorim *et.al.* (2011), Alves (2012), Lopes *et.al.* (2013) também propuseram a utilização do *software* Geogebra, como recurso didático metodológico em aulas de Cálculo Diferencial Integral, para proporcionar melhor disposição teoria-prática. Por outro lado, autores como Richit e Farias (2013), Takaci *et.al.* (2014), Botana *et.al.* (2015) utilizaram o *software* GeoGebra como ferramenta de aplicação para o Cálculo e em diversas áreas como engenharia, informática e afins.

O *software* GeoGebra foi desenvolvido pela Markus Hohenwarter, em 2001 na *University of Salzburg* com finalidades geométricas. A *Florida Atlantic University* dando continuidade ao projeto, a fim de buscar novas versões e atualizações para o *software*, fizeram modificações que pudessem ir além dos fins geométricos. Com recursos diversos em que vão além da ideia inicial desenvolvida pela Markus

Hohenwarter, de cálculo geométrico, avanços foram estabelecidos e o *software* GeoGebra passou a contemplar recursos numéricos, algébricos e gráficos (GEOGEBRA, 2016).

O uso do GeoGebra é livre para fins não comerciais, sem fins lucrativos perante instalação, priorizando acadêmicos e professores que possam desfrutar do *software* em ambientes educacionais, tais como: laboratórios, escolas, universidades e outras redes vinculadas ao ensino. (GEOGEBRA, 2016).

O *software* GeoGebra possui diversas funcionalidade e suas ferramentas permitem a visualização gráfica, como também numérica e algébrica pela janela CAS (*Computer Algebra System*) e pela janela de visualização gráfica, bem como recursos de planilhas. Abrange também as ferramentas de geometria dinâmica, proporcionando a utilização de determinação de ponto, reta, segmento e secções cônicas (STEINMACHER *et.al.*, 2011). Contemplando estas ferramentas, o tratamento matemático que o *software* apresenta é bastante relevante, ao ponto de proporcionar aplicações na área do Cálculo, podendo garantir uma melhor desenvoltura na aprendizagem de acadêmicos, bem como proporcionar melhor desenvolvimento na área de aplicações em que o envolve (ALVES, 2012; RICHIT, *et.al.*, 2012; CARLOS & MÜLLER, 2013; MARTINS JUNIOR, 2015).

3 METODOLOGIA

Nesta pesquisa a metodologia utilizada foi a pesquisa-ação, com a aplicação de um questionário e um seminário, como também um levantamento bibliográfico.

A pesquisa-ação atribui-se a intervenção, desenvolvimento e mudança de grupos a serem pesquisados. Esse tipo de pesquisa pode propiciar a aquisição de conhecimentos mais claros, precisos e objetivos (TRIPP, 2005; FIORENTINI & LORENZATO, 2007; FIORENTINI & LORENZATO, 2007; GIL, 2010).

A pesquisa bibliográfica é caracterizada por utilizar trabalhos científicos, livros e revistas publicadas, para proporcionar ao pesquisador, um parecer geral do tema e levantamento teórico-metodológico (CERVO & BREVIAN, 1996; GIL, 2010).

O referencial teórico foi escrito baseado no levantamento bibliográfico feito em livros, artigos científicos, revistas, *sítes*, anais de eventos e banco de dados da CAPES.

A pesquisa foi realizada com 14 do 4º período de Licenciatura em Matemática da UNIR *campus* de Ji-Paraná de 2016. Os participantes da pesquisa concordaram e assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) (Apêndice A), ao qual tiveram o conhecimento da temática, compromissos, deveres e consequências de suas participações.

Foi aplicado um questionário investigativo (Apêndice B) com finalidade de investigar as experiências relacionadas ao uso de *softwares* na disciplina de Cálculo Diferencial.

Um questionário investigativo consiste em explanar os objetivos alçados na pesquisa, sendo redigido em questões específicas (FIORENTINI & LORENZATO, 2007; GIL, 2010).

O questionário investigativo teve 9 questões com intuito de analisar as experiências dos acadêmicos frente a ambientes informatizados e considerações em ensino-aprendizagem da disciplina de Cálculo Diferencial.

As questões 1, 2 e 3 proporcionaram caracterizar os sujeitos, se cursaram a disciplina de Cálculo Diferencial e se reprovaram. A questão 4 buscou encontrar os possíveis conteúdos que os acadêmicos julgaram ter dificuldades na disciplina. As

questões 5 e 6 verificaram se os acadêmicos conheciam o *software* GeoGebra e, os que conheciam qual foi a forma que obtiveram conhecimento. A questão 7 investigou o posicionamento dos acadêmicos frente a aulas expositivas e dialogadas agregadas ao uso de *softwares*. A questão 8 pesquisou quais *softwares* os acadêmicos utilizaram na disciplina de Cálculo Diferencial. E a questão 9 averiguou a continuidade da participação do acadêmico na pesquisa.

Foi elaborado o plano de ação da pesquisa (Apêndice D) com um seminário que foi oferecido aos acadêmicos e uma apostila com conteúdos específicos do Cálculo Diferencial, com objetivo de utilizar o *software* GeoGebra com atividades exploratórias.

Plano de ação é caracterizado por problemas destacados no grupo de investigação. Tal planejamento destina a enfrentar o problema que é o objeto da pesquisa (TRIPP, 2005; GIL, 2010).

Um seminário propõe aos participantes e ao pesquisador a discussão do tema, proporcionando os dados colaborativos que tangenciam os objetivos da pesquisa ao conhecimento das propostas atribuídas no plano de ação (TRIPP, 2005; GIL, 2010).

Foi ministrado um seminário de 12 horas com certificado de participação, emitido pelo Departamento de Matemática e Estatística da Fundação Universidade Federal de Rondônia *campus* Ji-Paraná. Este seminário proporcionou objetivos específicos ao utilizar o *software* GeoGebra nos conteúdos de Cálculo Diferencial com atividades exploratórias (Apêndice D).

Na parte inicial do seminário, foi solicitado que os acadêmicos resolvessem individualmente e sem consulta, uma avaliação de aprendizagem (Apêndice C), com objetivo de verificar a aprendizagem nos conteúdos do Cálculo Diferencial. Na avaliação tiveram 5 questões discursivas no valor de 20 pontos cada questão, que abordou os conteúdos: domínio, imagem, continuidade, descontinuidade, limite e derivada de funções reais.

A questão 1 e 2 investigou a aprendizagem dos acadêmicos frente ao conteúdo de funções, explorando a determinação dos conjuntos domínio e imagem, bem como o esboço gráfico. A questão 3 verificou a compreensão dos acadêmicos ao utilizar a definição de limites de funções reais e respectiva aplicabilidade. A

questão 4 utilizou as definições e regras de derivabilidade de funções reais, expressando as simbologias adequadas para representar a derivada de uma função.

A questão 5 teve por objetivo aplicar a função derivada em um respectivo ponto, utilizando as funções derivadas encontradas na questão 4.

Após a realização da avaliação de aprendizagem foi explanado as ferramentas do *software* GeoGebra com exemplos e exercícios práticos que abordavam os conteúdos: domínio, imagem, continuidade, descontinuidade, limite e derivada de funções reais.

Após a explanação do *software* foi solicitado que os acadêmicos resolvessem 04 atividades exploratórias (Apêndice D) e fizessem a entrega via *e-mail*, com objetivo de investigar as experiências que os acadêmicos tiveram ao utilizar o *software* como ferramenta de aprendizagem nos conteúdos de Cálculo Diferencial.

A atividade exploratória 1 teve por objetivo utilizar a janela CAS (*Computer Algebra System*) do GeoGebra para realizar cálculos numéricos e algébricos utilizando as simbologias e operações Matemáticas (soma, subtração, multiplicação, divisão, exponencial e fatorial).

O objetivo da atividade exploratória 2 foi compreender os conceitos geométricos e algébricos de um plano gráfico (ponto, reta, plano e conceito de função) com as ferramentas do *software* GeoGebra. Utilizou-se as ferramentas, janela de visualização com malha, ponto, reta, semirreta e polígono regular.

A atividade exploratória 3 teve por objetivo explorar as definições de funções, determinação de conjunto domínio e imagem, bem como definir continuidade e descontinuidade de função para construir o gráfico e proporcionar precisa visualização gráfica.

O objetivo da atividade exploratória 4 foi investigar a aprendizagem dos acadêmicos nos exercícios que abrangem pontos “críticos” de uma função, continuidade, descontinuidade e, compreensões de limite de uma função real.

Com as informações adquiridas nos questionários, seminário e atividades exploratórias, foram realizadas as análises de dados descritas no capítulo “4 – Resultados”.

4 RESULTADOS

Para descrever a análise de dados foram realizadas as interpretações do questionário investigativo, da avaliação de aprendizagem e das atividades exploratórias.

4.1 Questionário investigativo

Inicialmente foi aplicado um questionário investigativo (Apêndice B), com 9 questões, para 14 acadêmicos do 4º período de Licenciatura em Matemática, para investigar as experiências relacionadas ao uso de *softwares* na disciplina de Cálculo Diferencial.

Com o questionário investigativo foi possível analisar as experiências e dificuldades de aprendizagem que os acadêmicos tiveram na disciplina de Cálculo Diferencial e as experiências em ambientes informatizados aplicados ao Cálculo.

As questões 1, 2 e 3 apresentaram os acadêmicos que cursaram e foram aprovados ou reprovados na disciplina de Cálculo Diferencial. Dos 14 acadêmicos que cursaram a disciplina, 12 foram aprovados e 2 reprovaram pelo menos uma vez.

A questão 4 verificou as dificuldades que os acadêmicos encontraram na disciplina de Cálculo Diferencial, e 9 dos 14 acadêmicos escreveram que tiveram dificuldades, especificamente em construir, visualizar e analisar os gráficos de funções reais e respectivas derivadas. Dos 5 acadêmicos que descreveram não ter dificuldades, 1 relatou dificuldade em visualizar e analisar os gráficos de funções e suas respectivas derivadas.

A questão 5 exibiu as experiências que os acadêmicos tiveram com *softwares* matemáticos. Dos 14 acadêmicos, 9 escreveram não ter experiências e, 5 descreveram ter utilizado, destacando alguns *softwares*: GeoGebra, *Maple* e aplicativos em celular.

A questão 6 investigou se os acadêmicos tiveram contato com algum *software* educacional na UNIR de Ji-Paraná, por meio de oficina, minicurso, cursos de extensão universitária e/ou disciplina específica. Dos 14 acadêmicos, 7 destacaram que não tiveram contato, 5 descreveram que tiveram contato no projeto PIBID, em

oficinas da SEMATES e individualmente em seus computadores, 1 expressou ter participado de uma oficina do LaTeX, e 1 não soube responder.

A questão 7 expôs a relação entre aulas expositivas e dialogadas com uso de *softwares* no ensino-aprendizagem, investigando a concepção dos acadêmicos. Para síntese das respostas, a escrita de 1 dos acadêmicos foi “sim. No entanto, devemos ter a consciência de que possamos ter a sensatez do uso do *software*, não usando de qualquer maneira sem que tiremos o devido aprendizado”. A resposta deste acadêmico em concordância com os outros 11, que também acreditam que aulas expositivas agregadas ao uso de tecnologias são satisfatórias, desde que tenham e atinjam objetivos específicos. Por outro lado, 2 acadêmicos não tiveram experiências, e assim, suas preferências foram o método tradicional.

A questão 8 investigou se os acadêmicos utilizaram o *software* GeoGebra na disciplina de Cálculo Diferencial. Dos 14 acadêmicos pesquisados, 11 não utilizaram, 2 utilizaram o GeoGebra e outros *softwares* como o *Maple* e aplicativos *on-line*, e 1 não soube responder.

A questão 9 verificou a continuidade da participação do acadêmico na pesquisa, sendo que a próxima etapa seria o seminário “ensino-aprendizagem a partir do *software* GeoGebra em conteúdos de Cálculo Diferencial”. Dos 14 acadêmicos, 13 relataram que queriam participar e, 1 respondeu que não queria participar.

4.2 Avaliação de Aprendizagem

A etapa seguinte da pesquisa foi a realização do seminário, com a avaliação de aprendizagem que foi a primeira atividade realizada. Dos 13 acadêmicos que queriam continuar participando, somente 10 acadêmicos fizeram o seminário.

Com a avaliação de aprendizagem (Anexo C) foi possível investigar o ensino-aprendizagem dos acadêmicos nos conteúdos do Cálculo Diferencial, especificamente em: conjuntos domínio e imagem, continuidade, descontinuidade, limite e derivada de funções reais.

O quadro 1 expressa os resultados obtidos pelos acadêmicos na avaliação de aprendizagem, com pontuação máxima de 100 pontos.

Quadro 1 – Notas das Avaliações de Aprendizagem

Avaliação de Aprendizagem	
Acadêmico A	29,4
Acadêmico B	82,0
Acadêmico C	43,0
Acadêmico D	21,0
Acadêmico E	42,4
Acadêmico F	80,0
Acadêmico G	8,4
Acadêmico H	41,7
Acadêmico I	84,0
Acadêmico J	32,0
Média Geral	
Aprovados	Reprovados
3	7
Total: 100 Pontos	

A Figura 1 mostra graficamente os resultados obtidos pelos acadêmicos na avaliação de aprendizagem (Quadro 1).

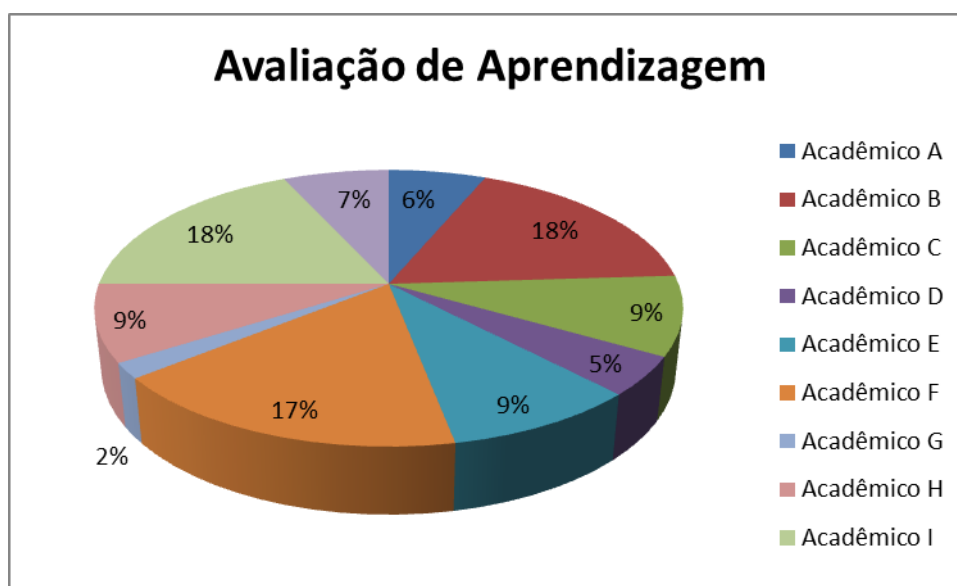


Figura 1 – Resultados da Avaliação de Aprendizagem

A questão 1 (Figura 2) investigou as dificuldades dos acadêmicos nos conteúdos de conjunto domínio e imagem de funções reais. Dos 10 acadêmicos, 4 acertaram entre 50% e 100% da questão, e 6 acertaram entre 10% e 50% da questão.

Apesar do conteúdo de domínio e imagem fazer parte da ementa da disciplina de Cálculo Diferencial, 8 acadêmicos não conseguiram resolver o item “e”; 2 acadêmicos acertaram todos os itens.

1. Encontre o domínio e o conjunto imagem das seguintes funções:	
a) $f(x) = \frac{1}{x-1}$	d) $\varphi(z) = z^2 + \frac{z}{2}$
b) $g(x) = \sqrt{x-4}$	e) $\zeta(y) = \frac{y^2-9}{y-3}$
c) $h(x) = (4-x^2)^{\frac{1}{2}}$	

Figura 2 – Questão 1 da Avaliação de Aprendizagem

A questão 2 possibilitou investigar as dificuldades dos acadêmicos em esboço de gráficos de funções. Os resultados obtidos foram: 2 acadêmicos acertaram entre 75% e 100%, 3 acertaram 50%, 3 acertaram 25% e 2 não tiveram nenhum acerto.

O item “a” da questão 2 (Figura 3), 7 acadêmicos erraram, e outros 3 não propuseram as simbologias Matemáticas adequadas, não expressando valores posicionais no gráfico, embora o conteúdo de funções e gráficos serem abordados nas disciplinas específicas de matemática (Matemáticas básica e Cálculos).

2. Esboce o gráfico das seguintes funções:	
a) $f(x) = x^2 - 1 $	b) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

Figura 3 – Questão 2 da Avaliação de Aprendizagem

A questão 3 permitiu investigar dificuldades dos acadêmicos ao utilizarem a definição de limite em funções reais. Dos 10 acadêmicos, 3 acertaram 100% da questão, 1 acertou 66,67%, 5 acertaram entre 10% e 50%, e 1 não expressou resolução.

Dos 10 acadêmicos, 7 não fizeram os itens “b” e/ou “c” da questão 3 (Figura 4), pois o limite expresso na função apresentava indeterminação matemática, ao qual para sua resolução requeria propriedades específicas do pré-cálculo, embora o conteúdo de limite de funções reais fazer parte da ementa da disciplina de Cálculo Diferencial.

Limites e continuidades:

Definição: Seja f uma função definida para todo número em algum intervalo aberto contendo a , exceto possivelmente no próprio número a o **limite de $f(x)$ quando x tende a a será L** , escrito como:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

Se a seguinte afirmativa for verdadeira:

Dado $\epsilon > 0$ qualquer, existe um $\delta > 0$, tal que:

Se $0 < |x - a| < \delta$ então $|f(x) - L| < \epsilon$.

3. Segundo a definição de limites, calcule o que se pede:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} x - 4$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{x-1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3}$

Figura 4 – Questão 3 da Avaliação de Aprendizagem

A questão 4 proporcionou pesquisar dificuldades dos acadêmicos ao expressar funções derivadas munidos de simbologias Matemáticas adequadas. Dos 10 acadêmicos, 4 acertaram entre 50% e 100%, 5 acertaram entre 10% e 50%, e 1 não expressou resultado.

Na questão 4 (Figura 5) 8 dos acadêmicos não propuseram a simbologia Matemática adequada, apesar de serem essenciais, cobradas no curso e fazer parte da linguagem e resolução Matemática, e apenas 2 acadêmicos erraram 1 item da questão, embora tenham acertado as simbologias adequadas.

Derivada:

Definição: Suponhamos que a função f seja contínua em x_1 . A **reta tangente** ao gráfico de f no ponto $P(x_1, f(x_1))$ é:

(i) A reta por P tendo a inclinação $m(x_1)$, dada por:

$$m(x_1) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

Se o limite existir;

(ii) A reta $x = x_1$ se

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}, \text{ for } +\infty \text{ ou } -\infty$$

e

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}, \text{ for } +\infty \text{ ou } -\infty$$

4. Ache as derivadas das funções abaixo:

a) $f(x) = x^2$

b) $g(y) = 2y$

c) $h(t) = \frac{1}{t}$

Figura 5 – Questão 4 da Avaliação de Aprendizagem

A questão 5 possibilitou pesquisar dificuldades dos acadêmicos ao aplicar a função derivada expressa na questão 4 (Figura 5) em um respectivo ponto. Dos 10 acadêmicos, 1 acertou 100% da questão, 4 acertaram entre 50% e 100%, 4 acertaram entre 10% a 50%, e 1 não apresentou resultado.

Na questão 5 (Figura 6) 1 acadêmico acertou 100% da questão, enquanto 9 acadêmicos não propuseram as simbologias adequadas, bem como não expressaram os valores corretamente, apesar de serem trabalhados na disciplina de Cálculo Diferencial.

5. Em relação à questão anterior, calcular a derivada de $f(0), g(-2), h(1), f\left(\frac{1}{2}\right), g(0), h\left(\frac{5}{2}\right)$.

Figura 6 – Questão 5 da Avaliação de Aprendizagem

Para âmbito geral da avaliação de aprendizagem, 8 acadêmicos erraram pelo menos uma questão, expressando simbologias, regras Matemáticas e respostas equivocadas, e 2 acadêmicos não propuseram as simbologias corretamente, ao qual comprometeu parte de acerto das questões.

4.3 Atividades Exploratórias

A segunda atividade realizada no seminário foram as atividades exploratórias (Apêndice D). Para a resolução das atividades foram feitas explicações com exemplos e exercícios práticos. Foi solicitado aos acadêmicos que finalizassem as 4 atividades exploratórias e enviassem via e-mail. Dos 10 acadêmicos que participaram do seminário, 9 enviaram e-mail com as resoluções das atividades, e 1 não retornou o e-mail.

4.3.1 Atividade Exploratória 1

A atividade exploratória 1 utilizou a janela CAS (*Computer Algebra System*) do GeoGebra, para realizar cálculos numéricos e algébricos utilizando as simbologias e operações Matemáticas (soma, subtração, multiplicação, divisão, exponencial, fatorial e raízes quadradas).

Na questão 1 (Figura 7) foi explorado operações Matemáticas (soma, subtração, multiplicação e divisão). Dos 9 acadêmicos, 7 acertaram 100%, 1 que acertou 75%, errou o item “d”, apresentando as simbologias não apropriadas para a resolução na janela CAS; e 1 errou a questão, apresentando respostas diferentes da atividade solicitada. No seminário, foi feito exemplos e exercícios diversos contendo expressões com a janela CAS.

1.	Por meio da Janela CAS realize as seguintes expressões numéricas:	
a)	$3 + 12$	d) $-43 + 12 * (3^2) + \frac{1}{2}$
b)	$19 - 31 + 2$	
c)	$-8 + 7 - (3 + 7)$	

Figura 7 – Questão 1 da Atividade Exploratória 1

A questão 2 (Figura 8) explorou divisão, operações com raízes e fatorial. Dos 9 acadêmicos, 6 acertaram 100%, e 3 acertou 75% da questão.

No item “d” da questão 2 (Figura 8) 3 acadêmicos erraram parte da questão, não expressando as propriedades e simbologias Matemáticas adequadas para a resolução na janela CAS (*Computer Algebra System*). No seminário foram explanados exemplos e exercícios diversos contendo expressões com fatorial, raízes e divisão.

2.	Calcule por meio da janela CAS:		
a)	$8!$		
b)	$\frac{12!}{(12-3)!}$	d)	$\frac{\sqrt{4!}}{(2-7)!}$
c)	$\sqrt{4!}$		

Figura 8 – Questão 2 da Atividade Exploratória 1

A questão 3 (Figura 9) investigou se os acadêmicos conseguiram realizar cálculos de expressões algébricas na janela CAS do GeoGebra. Dos 9 acadêmicos, 5 acertaram 75% e, 4 acertaram 50% da questão.

No item “b” da questão 3 (Figura 9) os 9 acadêmicos erraram 100% da questão, não escreveram as expressões e resultados correspondentes, e no item “c”, não desenvolveram o polinômio solicitado, exibindo somente o resultado da variável x , mesmo sendo solicitado exibir as expressões algébricas e posteriormente resolvê-las.

3.	Munido das propriedades e simbologias matemáticas. Expresse as seguintes expressões matemáticas e posteriormente utilize o comando necessário e suficiente para resolvê-las, se possível.		
a)	$x + 3 = 0$	c)	$(x + 3)^5$
b)	$x^2 + 3x + 31 = 0$	d)	$(x^2 - x - 6)/(x + 2)$

Figura 9 – Questão 3 da Atividade Exploratória 1

A questão 4 (Figura 10) pesquisou as dificuldades dos acadêmicos ao utilizarem a janela CAS do *software* GeoGebra. Os 9 acadêmicos descreveram não ter dificuldades, embora 1 acadêmico tenha expressado a observação da propriedade de fatorial que caso o acadêmico não tenha o conhecimento do comando *fatorial* no GeoGebra, poderá ficar confuso e por consequência errar a questão.

4. Relate as possíveis contribuições e dificuldades encontradas ao fazer o uso da Janela CAS do GeoGebra, como por exemplo se houve algum exercício em que não conseguiu fazer ou desconfiou do resultado obtido por meio da janela CAS?

Figura 10 – Questão 4 da Atividade Exploratória 1

4.3.2 Atividade Exploratória 2

A atividade exploratória 2, possibilitou investigar dificuldades dos acadêmicos em compreensões de conceitos geométricos e algébricos de um plano gráfico, compreendendo ponto, reta, plano, e conceito de função. Foram utilizadas as ferramentas: janela de visualização com malha, ponto, reta e polígono regular.

A questão 1 (Figura 11) investigou dificuldades dos acadêmicos ao explorar as ferramentas: ponto, segmentos de reta e polígono. Dos 9 acadêmicos, 7 acertaram 100% da questão, e 2 erraram a questão, pois inseriram os pontos solicitados ligando-os por meio do comando *segmento de reta* e não exibiram o polígono solicitado.

No seminário foram explicados exemplos e exercícios contendo alguns pontos que foram ligados por segmentos de retas, e em seguida desenhado o polígono por meio da ferramenta polígono do GeoGebra. E na questão 1 (Figura 11) foi detalhado os procedimentos necessários e suficientes para resolvê-la.

1. Insira os pontos $A(-4, -2)$, $B(-4, 6)$, $C(6, 6)$ e $D(6, -2)$, ligue os pontos \overline{AB} , \overline{BC} e \overline{CD} , \overline{DA} por meio de segmentos de reta e logo após exiba um polígono ligando os pontos necessários e suficiente.

Figura 11 – Questão 1 da Atividade Exploratória 2

A questão 2 (Figura 12) verificou se os acadêmicos utilizaram o item *reta* para inserir a equação $y = 2x + 4$. Dos 9 acadêmicos, 7 acertaram 100% da questão, e 2 não expressaram solução. No seminário foi explicado qual ferramenta os acadêmicos deveriam ter utilizado para resolvê-la, como também foram feitos alguns exemplos e exercícios que abordou a ferramenta *reta*.

2. Insira a reta $y = 2x + 4$ por meio do item *reta*.

Figura 12 – Questão 2 da Atividade Exploratória 2

A questão 3 e 4 (Figura 13) possibilitaram investigar os procedimentos adotados pelos acadêmicos ao resolver as questões 1 (Figura 11) e 2 (Figura 12), expressando o conjunto domínio e imagem da questão 2.

Dos 9 acadêmicos, 7 acertaram 100% da questão, 1 acertou 50%, pois não expressou as simbologias adequadas, e 1 não apresentou resolução.

Como exemplo das respostas das questões 3 e 4, um acadêmico descreveu os passos resolutivos como: “O primeiro passo, achar os zeros da função $x = 0$ e $y = 0$, depois marcar os pontos e traçar a reta”. Isto é, “dois pontos definem uma reta”.

3. Em relação ao item anterior, o que jugou necessário para determinar a reta $y = 2x + 4$?
4. Determine o conjunto domínio e a imagem da reta $y = 2x + 4$. (Escrito por extenso).

Figura 13 – Questão 3 e 4 da Atividade Exploratória 2

A questão 5 (Figura 13) investigou se os acadêmicos exibiram um plano bidimensional (2D) utilizando pontos do tipo $(x,4)$ e $(2,y)$. Dos 9 acadêmicos, 3 acertaram 100%, 4 erraram a questão, pois expressaram diferentes pontos na malha gráfica, não utilizaram os tipos de pontos que foram solicitados; e 2 não fizeram a questão. No seminário foram explicados exemplos e exercícios práticos com diferentes tipos de pontos.

5. Expresse um plano bidimensional (2D) utilizando os pontos do tipo $(x, 4)$ e $(2, y)$.

Figura 14 – Questão 5 da Atividade Exploratória 2

A questão 6 (Figura 15) possibilitou analisar dúvidas e dificuldades dos acadêmicos ao desenvolver a atividade exploratória 2. Dos 9 acadêmicos, 5 disseram encontrar dificuldades ao expressar definições e postulados geométrico, 3 disseram não ter dúvidas, e 1 não apresentou resposta.

6. Descreva sucintamente as possíveis dificuldades encontradas no desenvolvimento desta atividade exploratória. Se julgar necessário, descreva o exercício e explicita a dificuldade encontrada.

Figura 15 – Questão 6 da Atividade Exploratória 2

4.3.3 Atividade Exploratória 3

A atividade exploratória 3 investigou a aprendizagem dos acadêmicos em definições de funções, determinação de conjunto domínio e imagem, continuidade e, descontinuidade de função.

A questão 1 (Figura 16) pesquisou a utilidade das ferramentas gráficas do GeoGebra plotando gráficos de diversas funções. Dos 9 acadêmicos, 7 acertaram 100% da questão, e 2 que acertaram 85,72% não propuseram as simbologias matemáticas adequadas na ferramenta *entrada* do *software* GeoGebra no qual apareceu à mensagem *entrada inválida* (Figura 17), que inviabilizou a resolução da questão. No seminário, foi explorado vários exemplos e exercícios com comandos e simbologias matemáticas adequadas para resolução no *software* GeoGebra.

1.	Esboce as seguintes funções abaixo em um mesmo plano gráfico.	
a)	$f(x) = 2x + 8$	Expresse na cor vermelha
b)	$g(x) = \sqrt{x + 4}$	Expresse na cor verde
c)	$h(x) = -\sqrt{x + 4}$	Expresse na cor azul
d)	$p(x) = \frac{4}{x}$	Expresse na cor roxa
e)	$q(x) = x + 2 $	Expresse na cor amarela
f)	$s(t) = t + \frac{2}{t}$	Expresse na cor marrom
g)	$z(n) = \frac{n}{\sqrt{n + 4}}$	Expresse na cor ciano

Figura 16 – Questão 1 da Atividade exploratória 3

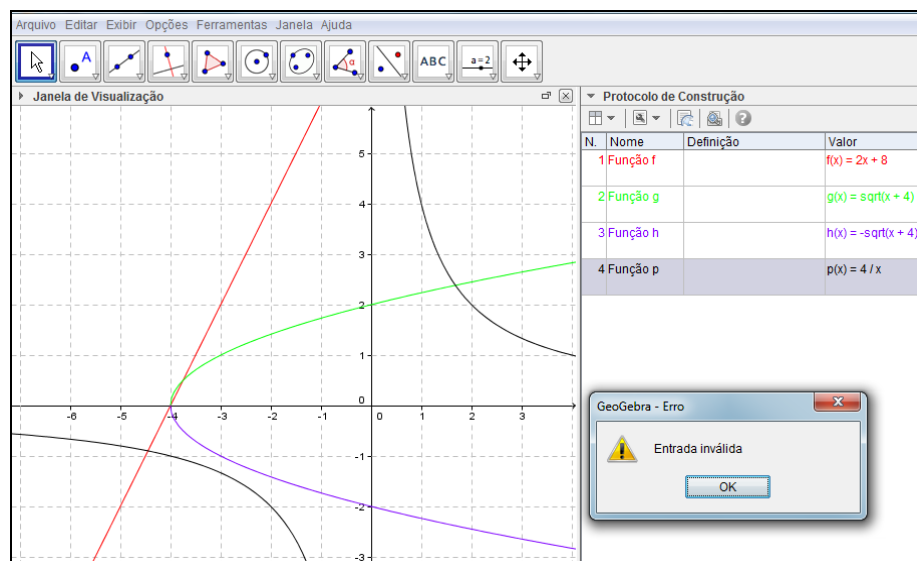


Figura 17 – Mensagem de erro da questão 1 da Atividade exploratória 3

A questão 2 (Figura 18) permitiu verificar dúvidas e dificuldades que os acadêmicos tiveram ao desenvolver a atividade exploratória 3. Dos 9 acadêmicos, 6 descreveram ter dificuldades para plotar as funções dos itens “e”, “g” da questão 1 (Figura 16), e 3 não tiveram dificuldades.

Os 6 acadêmicos que descreveram ter dificuldades, relataram dúvidas em expressar os comandos: módulo (**abs (<expressão>)**) e raiz quadrada (**sqrt (<expressão>)**). Um exemplo expressivo de resolução da questão 2 foi: “Nessa atividade tive dificuldades, pois fiquei confusa em algumas funções. As funções

$z(n) = \frac{n}{\sqrt{n+4}}$, e $q(x) = |x + 2|$ não plotei o gráfico com as variáveis t e n , pois o

software não aceitou como função, ao tentar várias vezes e, a partir do conceito de função real, alterei as variáveis ‘t’ e ‘n’ por ‘x’, a partir daí o *software* me deu a função respectivamente”, ainda “tive dificuldade em inserir a função modular por não conhecer o comando **abs**”.

Foram apresentados no seminário, exemplos e exercícios com diversos tipos de funções, as representações de módulo e de raiz quadrada é uma das dificuldades encontradas ao utilizar o *software* GeoGebra, pois apresentam comandos restritamente únicos.

2. Descreva sucintamente as possíveis dificuldades encontradas no desenvolvimento desta atividade exploratória. Se julgar necessário, descreva o exercício e explicita a dificuldade encontrada.

Figura 18 – Questão 2 da Atividade exploratória 3

4.3.4 Atividade Exploratória 4

A atividade exploratória 4 investigou a aprendizagem dos acadêmicos nos exercícios que abrangem pontos “críticos” de uma função, continuidade, descontinuidade e, compreensões de limite de uma função.

A questão 1 (Figura 19) investigou a visualização gráfica de funções reais. Foram utilizados comandos e propriedades matemáticas adequadas para expressar funções por meio do campo *entrada*. Dos 9 acadêmicos, 6 acertaram 100% da questão, 2 acertaram 80%, e 1 acertou 60%, pois não expressaram corretamente a função do item “d”. No seminário foram explicados exemplos e exercícios que abordaram funções com diferentes variáveis e de diferentes tipos.

1. Por meio do campo **entrada**, esboce as seguintes funções reais:
- | | |
|---------------------------|--------------------------------------|
| a) $f(x) = x + 2$ | d) $p(n) = \sqrt{2n + 5} - 1$ |
| b) $g(x) = x^2 + 2x$ | e) $t(x) = \frac{x^4 - 16}{x^2 - 4}$ |
| c) $h(t) = \frac{t}{1+t}$ | |

Figura 19 – Questão 1 da Atividade exploratória 4

A questão 2 (Figura 20) verificou se os acadêmicos identificaram quais das funções da questão 1 (figura 19) são contínuas ou descontínuas. Os resultados foram: 2 dos acadêmicos acertaram 100% da questão, 5 acertaram 40%, e 2 erraram completamente. O conteúdo de estudo de funções reais (Continuidade e descontinuidade) compõe a ementa da disciplina de Cálculo Diferencial.

2. Quais das funções acima são contínuas e quais são descontínuas? Se julgar necessário, expresse os possíveis pontos em que a função não são contínuas.

Figura 20 – Questão 2 da Atividade exploratória 4

A questão 3 (Figura 21) permitiu averiguar se os acadêmicos utilizaram a janela CAS para realizar cálculos de limites de funções reais. Dos 9 acadêmicos, 5 acertaram 100%, 2 acertaram 87,5%, 1 acertou 75%, e 1 acertou 50%.

No seminário foram explanados exemplos e exercícios com uso da janela CAS (*Computer Algebra System*) que utilizavam limites de funções reais. Dos 9 acadêmicos, 4 não acertaram o item “h” da questão 3 (Figura 21), conquanto o conteúdo de limite de funções reais compõe a ementa da disciplina de Cálculo Diferencial.

3. Com o apoio da janela CAS expresse os seguintes limites:

<p>a) $\lim_{x \rightarrow 0} x + 2$</p>	<p>e) $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t}{1+t}$</p>
<p>b) $\lim_{x \rightarrow -3} x^2 + 2x$</p>	<p>f) $\lim_{n \rightarrow 0} \sqrt{2n+5} - 1$</p>
<p>c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 + 2x$</p>	<p>g) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - 16}{x^2 - 4}$</p>
<p>d) $\lim_{t \rightarrow -2} \frac{t}{1+t}$</p>	<p>h) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^2 - 4}$</p>

Figura 21 – Questão 3 da Atividade exploratória 4

A questão 4 (Figura 22) possibilitou pesquisar dificuldades encontradas pelos acadêmicos na atividade exploratória 4. Os 9 acadêmicos relataram ter encontrado dificuldades, um exemplo expressivo de resposta foi: “julgo esta atividade de suma valia para o conhecimento geral da Matemática... achei importantíssima, muito bom à maneira de resolver limite pelo GeoGebra”. Também descreveram ter dificuldades na escrita Matemática no *software* GeoGebra, pois encontraram dúvidas em expressar o símbolo de infinito (∞) e o comando de limite (**Limite** [<Expressão>, <Valor>]). Foram explanados no seminário exemplos e exercícios que abordavam o conteúdo de funções e limite de funções reais.

4. Descreva sucintamente as possíveis dificuldades encontradas no desenvolvimento desta atividade exploratória. Se julgar necessário, descreva o exercício e explicita a dificuldade encontrada.

Figura 22 – Questão 4 da Atividade exploratória 4

Com os resultados apresentados neste capítulo pode-se considerar que:

No questionário investigativo, um dos aspectos significativos verificado foi que os acadêmicos, em algum momento, utilizaram *softwares* matemáticos na disciplina de Cálculo Diferencial, bem como apresentaram fatores didático-metodológicos que seus professores utilizaram em Cálculo Diferencial.

No seminário foi aplicada a avaliação de aprendizagem antes do uso do GeoGebra, para verificar se os acadêmicos tinham dificuldades nos conteúdos domínio, imagem, continuidade, descontinuidade, limite e derivada de funções reais do Cálculo Diferencial. Foi observado que as maiores dificuldades dos acadêmicos, eram nos conteúdos conjunto domínio e imagem, descontinuidade e derivadas.

As atividades exploratórias realizadas no GeoGebra proporcionaram verificar que os acadêmicos tiveram melhor desempenho na resolução das atividades, pois foram utilizadas ferramentas que permitiram a visualização gráfica, numérica e algébrica e assim contribuíram para o processo de ensino-aprendizagem.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou um referencial teórico das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) associadas à educação, abordando conceitos, e recursos didático-metodológicos no ensino-aprendizagem, agregado ao uso dos *softwares* na Matemática e no Cálculo Diferencial.

O capítulo 1 (Introdução) subsidiou o parecer geral da temática, motivações, objetivos e justificativa da pesquisa desta monografia.

O capítulo 2 (Referencial teórico) proporcionou considerações gerais das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) aplicadas a Matemática e ao Cálculo Diferencial. Assim, foi possível constatar que em diversas pesquisas, as TICs aplicadas ao ensino-aprendizagem da Matemática e do Cálculo Diferencial, proporcionaram melhor desenvolvimento do ensino-aprendizagem.

O capítulo 3 (Metodologia) abordou as considerações metodológicas que propiciaram o desenvolvimento desta pesquisa, que foi realizada com acadêmicos do 4º período do curso de Licenciatura em Matemática da UNIR *campus* de Ji-Paraná, no qual foram aplicadas atividades com o objetivo de verificar a aprendizagem dos acadêmicos ao utilizar o *software* GeoGebra nos conteúdos de Cálculo Diferencial, especificamente nos conteúdos: domínio, imagem, continuidade, descontinuidade, limite e derivada de funções reais.

O capítulo 4 (Resultados) exibiu os resultados obtidos nas atividades realizadas com os acadêmicos participantes desta pesquisa. As análises efetuadas apresentaram a importância das TICs na disciplina de Cálculo Diferencial da UNIR *campus* Ji-Paraná, pois foi verificado que a utilização do *software* GeoGebra em atividades exploratórias no Cálculo Diferencial enriqueceu o ensino-aprendizagem, possibilitando caminhos diversos à aprendizagem, destacando processos e procedimentos resolutivos diversos, retomando conceitos e simbologias Matemáticas adequadas para descrever diferentes resoluções e, criando processos de democratização das TICs a medida que são acessíveis a comunidade acadêmica.

5.1 Sugestões desta Pesquisa

As sugestões desta pesquisa para complementar e acrescentar processos didático-metodológicos na área do Cálculo Diferencial são:

- Inserir cursos de extensão universitária para os discentes no início do curso de graduação, abordando as TICs aplicadas a Matemática.
- Acrescentar nas disciplinas específicas de Matemática, momentos práticos utilizando *softwares* que propiciam a visualização gráfica, algébrica e simbólica.
- Incentivar os discentes a realizar pesquisas na área da Matemática computacional, visto que é um campo propício.
- Incentivar pesquisas e cursos laboratoriais com objeto de estudos em criação de *softwares* matemáticos elementares voltados ao Ensino Fundamental e Médio.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, F.J.; ALMEIDA, M.E.B.B. **Liderança, gestão e tecnologias para a melhoria da Educação o Brasil**. São Paulo: PUC-SP, MICROSOFT. 2006.

_____, F.J. **Computador, escola e vida: aprendizagem e tecnologias dirigidas ao conhecimento**. São Paulo: Cubzac, 2006.

ALVES ALMEIDA, D. **TIC e educação no Brasil: breve histórico e possibilidades atuais de apropriação**. 2009. Disponível em < <http://periodicos.ufes.br/PRODSCENTE/article/view/5725/4173> > acesso em 12 de abril de 2016.

ALVES, F.G.V. **O papel do contra exemplo no ensino do Cálculo: uma discussão com o uso do GeoGebra**. 2012. Disponível em: <<http://www.GeoGebra.org.uy/2012/actas/9.pdf>> acesso em 12 de abril de 2016.

ALVES CARVALHO, A.D.; SILVA CARVALHO, M. H.; **O uso do laboratório escolar de informática (LEI) e das tecnologias da informação e comunicação (TICs) no cotidiano escolar: o caso do 1º ano da escola de Ensino Médio Monsenhor Aguiar em Tianguá-CE**. 2014. Disponível em: < <http://portalrevistas.ucb.br/index.php/raead/article/viewFile/5245/3467> > acesso em 20 de abril de 2016.

AMORIM, F.V.; SOUZA, G.C.; SALAZAR, J.V. **Experiência de atividade sobre Derivada utilizando o software GeoGebra**. 2011. Disponível em: < <http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/artigos/1576.pdf> > acesso em 12 de abril de 2016.

BORBA, M.C.; PENTEADO, M.G. **Informática e Educação Matemática**. 3ª ed. 1ª reimpressão. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BOTANA, F. *et.al.* **Automated Theorem Proving in GeoGebra: Current Achievements**. 2015. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10902/7265>> acesso em 17 de abril de 2016.

BRASIL. **LEI Nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996**. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm > acesso em 21 de abril de 2016.

CARLOS, M.L.; MÜLLER, T.J. **A contribuição do software GeoGebra na aprendizagem dos conceitos geométricos no estudo das pirâmides**. 2013. Disponível em: <www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/view/576> acesso em 11 de abril de 2016.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A. **Metodologia científica**. 4ª ed. São Paulo: MAKRON Books, 1996.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2 ed. Campinas: Autores Associados, 2007.

GEOGEBRA. **Manual GeoGebra**. Disponível em: < <http://www.GeoGebra.org/manual/pt/Manual>> acesso em 10 de março de 2016.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5ª ed. São Paulo: Atlas, 2010.

HENRIQUES, A. **Estudo de Integrais Múltiplas no Ambiente Computacional Maple**. I Encontro Alagoano de Educação Matemática Arapiraca – Al. 2008. Disponível em: <http://www.uesc.br/cursos/graduacao/bacharelado/matematica/mini-curso_sobre_integrais_multiplas_com_maple.pdf 2008> acesso em 10 de agosto de 2015.

JUCÁ, S.C.S. **A relevância dos softwares educativos na educação profissional**. Ciências e Cognição. 2006. Vol. 8. 22-28 p. 2006. Disponível em: <<http://pepsic.bvsalud.org/pdf/cc/v8/v8a04.pdf>> acesso em 10 de agosto de 2015.

LOPES, M. M. *et.al*. **O uso do software GeoGebra como recurso didático na sala de aula de Matemática**. 2013. Disponível em: < <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/517.pdf> > acesso em 20 de abril de 2016.

MARTINS JUNIOR, J.C. **Ensino de derivadas em cálculo I: Aprendizagem a partir da visualização com o uso do GeoGebra**. Dissertação de mestrado, Educação Matemática. Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil, 2015.

MORAN, J. M.; MASETTO, R. T.; BEHRENS, M. A. **Novas Tecnologias e Mediações Pedagógicas**. 10ª Edição. Campinas – SP: Papyrus, 2000.

OLÍMPIO JUNIOR, A. O. **Compreensões de conceitos de Cálculo diferencial no primeiro ano de Matemática: uma abordagem integrando oralidade, escrita e informática**. Tese de Doutorado, Rio Claro – SP, São Paulo, 2006.

PENCZKOSKI, D. P. *et.al*. **Software como ferramenta no ensino de cálculo: estudo de caso para cursos de tecnologia**. Artigo apresentado no II Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia. 2010. Disponível em: < <http://www.sinect.com.br/anais2010/artigos/EET/98.pdf> > acesso em 10 de agosto de 2015.

RICHIT, A. FARIAS, M. M.R. **Cálculo diferencial e integral e tecnologias digitais: perspectivas de exploração no software geogebra**. 2013. Disponível em: <www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/262-508-1-DR-P-pdf> acesso em 20 de abril de 2016.

RICHIT, A. **Aspectos Conceituais e Instrumentais do Conhecimento da Prática do Professor de Cálculo Diferencial e Integral no Contexto das Tecnologias Digitais**. Tese de Doutorado, Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Rio Claro-SP, 2010.

SOUZA, M.F. **o uso das TIC no processo de ensino e aprendizagem da matemática: das práticas às concepções docentes**. Dissertação de Mestrado, Educação, Faculdade de Ciências e Tecnologia – UNESP, Presidente Prudente – SP, 2010.

STEINMACHER, I.F. *et.al.* **Uso do geogebra no ensino de matemática: avaliação de usabilidade e de aprendizado**. 2011. Disponível em: <www.inf.unioeste.br/enined/anais/artigos_enined/A44.pdf> acesso em 20 de abril de 2016.

TAKACI, D. *et.al.* Efficiency of learning environment using GeoGebra when calculus contents are learned in collaborative groups. 2014. Disponível em: <www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360131514002796> acesso em 20 de abril de 2016.

TRIPP, D. **Pesquisa ação: uma introdução metodológica**. 2005. Disponível em: <www.scielo.br/pdf/ep/v31n3/a09v31n3> acesso em 05 de fevereiro de 2016.

VALENTE, J.A. **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas, SP:UNICAMP/NIED, 1999.

WILGEAS, A.M. **uma investigação acerca das práticas docentes no ensino superior de matemática envolvendo o uso de softwares educacionais**. Dissertação de Mestrado, Educação em ciências e matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul - PUCRS, Porto Alegre, 2006.

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Acadêmico(a) está sendo convidado(a) a participar como voluntário da pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso - TCC: **Ensinando Cálculo Diferencial com o uso do *Software* GeoGebra para acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática da UNIR Campus de Ji-Paraná.** Leia atentamente as informações e termos abaixo:

- 1. Objetivo geral da investigação:** Utilizar as ferramentas disponíveis do *software* GeoGebra para o Ensino-aprendizagem de Cálculo Diferencial.
- 2. Sua participação na pesquisa:** Responderá aos questionários e atividades previstas no decorrer da pesquisa.
- 3. Seus direitos como participante:** O(a) senhor(a) será esclarecido(a) sobre a pesquisa em quaisquer aspectos que desejar. Além disso, tem liberdade para recusar-se a participar ou retirar seu consentimento a qualquer momento. A sua participação é voluntária, portanto não obrigatória, e a recusa em participar não irá acarretar em qualquer penalidade. Caso, aceite participar da pesquisa receberá uma cópia de igual teor desse Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).
- 4. Benefícios e riscos:** A realização deste estudo poderá trazer como benefício uma produção teórica e empírica sobre Tecnologias Educacionais Aplicadas ao Ensino da Matemática, problematizando sobre a necessidade do uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) na disciplina de Cálculo no curso de licenciatura em Matemática. O risco que porventura que o(a) senhor(a) poderá ter é o de se sentir constrangido(a) ao participar do minicurso e responder aos questionários. O pesquisador LUAN ENDLICH PANIZZI se compromete a manter ampla e completa descrição, além do total anonimato dos voluntários (sujeitos participantes) da pesquisa. Assim, a sua identidade com padrões profissionais de segredo ao utilizar os dados coletados na pesquisa para produção de TCC, bem como para a produção de artigos técnicos e científicos. Após estes esclarecimentos, solicito o seu consentimento livre, de modo que permita sua participação nesta pesquisa. Agradecemos por sua participação e colaboração.

Assinatura do pesquisador

TERMO DE CONSENTIMENTO

Declaro que fui informado(a) sobre todos os procedimentos da pesquisa e que recebi de forma clara e objetiva todas as explicações pertinentes ao projeto, e que será garantido o sigilo quanto ao meu nome e aos meus dados pessoais. Eu compreendo que neste estudo serão realizadas entrevistas e aplicados questionários, sendo que fui informado(a) que posso me retirar do estudo a qualquer momento.

Nome por extenso

Ji-Paraná, ____ de maio de 2016

Assinatura

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO INVESTIGATIVO



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA – UNIR
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA – DME

QUESTIONÁRIO I

Experiências relacionadas ao uso de *softwares* na disciplina de Cálculo Diferencial

1. Qual o curso você está matriculado _____
2. Você já cursou a disciplina de Cálculo Diferencial?
() Sim () Não
3. Você já reprovou nesta disciplina?
() Sim () Não () Prefiro não responder
4. Você encontrou dificuldades no processo de aprendizagem da disciplina de Cálculo Diferencial, principalmente nos conteúdos de gráfico, continuidade e descontinuidade, limite de uma função e sua respectiva derivada?
() Sim () Não

Se 'sim', descreva sucintamente qual o conteúdo e respectiva dificuldade.

R: _____

5. Você já utilizou algum *software* para fazer os gráficos desta disciplina?

() Sim. Qual _____
() Não

6. Na atual instituição em que esta cursando a graduação, você já teve contato com *softwares* educacionais por meio de oficina, minicurso, cursos de extensão universitária, disciplina do curso ou outro meio? Mencione as experiências.

R: _____

7. Você concorda que a relação entre aulas expositivas e dialogadas agregada ao uso de *softwares* tem resultados satisfatórios? Justifique.

R: _____

8. Você já utilizou o *software* GeoGebra no Cálculo Diferencial? Se “sim” comente.

R: _____

9. Você gostaria de participar de um minicurso sobre o uso do *software* GeoGebra no ensino aprendizagem do Cálculo Diferencial, especificamente nos conteúdos de estudos de funções, continuidade e descontinuidade de uma função, limite e derivadas de primeira ordem (Derivadas ordinárias)?

() Sim

() Não

Observação: Este questionário bem como a participação no minicurso faz parte de uma pesquisa de conclusão de curso em que irá compor o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) do acadêmico Luan Endlich Panizzi sob orientação da Professora Mestre Patrícia Batista Franco. A carga horária do minicurso é de 12 horas e será emitido um certificado de participação.

APÊNDICE C – AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA – UNIR
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA – DME

AVALIAÇÃO I – Conhecimentos gerais sobre Cálculo Diferencial

1. Encontre o domínio e o conjunto imagem das seguintes funções:

a) $f(x) = \frac{1}{x-1}$

d) $\varphi(z) = z^2 + \frac{z}{2}$

b) $g(x) = \sqrt{x-4}$

e) $\zeta(y) = \frac{y^2-9}{y-3}$

c) $h(x) = (4-x^2)^{\frac{1}{2}}$

2. Esboce o gráfico das seguintes funções:

a) $f(x) = |x^2 - 1|$

b) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

Limites e continuidades:

Definição: Seja f uma função definida para todo número em algum intervalo aberto contendo a , exceto possivelmente no próprio número a o **limite de $f(x)$ quando x tende a a será L** , escrito como:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

Se a seguinte afirmativa for verdadeira:

Dado $\epsilon > 0$ qualquer, existe um $\delta > 0$, tal que:

Se $0 < |x - a| < \delta$ então $|f(x) - L| < \epsilon$.

3. Segundo a definição de limites, calcule o que se pede:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} x - 4$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{x-1}$

Derivada:

Definição: Suponhamos que a função f seja contínua em x_1 . A **reta tangente** ao gráfico de f no ponto $P(x_1, f(x_1))$ é:

(i) A reta por P tendo a inclinação $m(x_1)$, dada por:

$$m(x_1) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

Se o limite existir;

(ii) A reta $x = x_1$ se

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}, \text{ for } +\infty \text{ ou } -\infty$$

e

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}, \text{ for } +\infty \text{ ou } -\infty$$

4. Ache as derivadas das funções abaixo:

a) $f(x) = x^2$

b) $g(y) = 2y$

c) $h(t) = \frac{1}{t}$

5. Em relação à questão anterior, calcular a derivada de $f(0), g(-2), h(1), f\left(\frac{1}{2}\right), g(0), h\left(\frac{5}{2}\right)$.

APÊNDICE D – APOSTILA GEOGEBRA: ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS

**FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA - UNIR CAMPUS JI-PARANÁ
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA – DME
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA – 8º PERÍODO**

**UTILIZANDO O GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE APRENDIZAGEM NA
MATEMÁTICA POR MEIO DE ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS**

PANIZZI, Luan Endlich
luan.UNIR.academico@gmail.com
FRANCO, Patrícia Batista
patricia.franco@UNIR.br

**JI-PARANÁ – RO
2016**

INTRODUÇÃO

Primeiramente iremos conhecer o histórico do *software* GeoGebra, onde foi criado, por qual laboratório e suas funcionalidades atribuídas pelo fundador do *software*. Esta apostila é tratada aqui como parte integrante de uma pesquisa de um trabalho de conclusão de curso (TCC), dado por rigorosas pesquisas na área de intervenções pedagógicas por meio da inserção das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) no ambiente acadêmico.

Logo após a explanação histórica do GeoGebra, iremos abordar atividades exploratórias, em que tem por objetivo explorar o *software*, propondo-o como ferramenta de Ensino-aprendizagem na área da Matemática, seja ela básica ou avançada. Vale ressaltar que a presente apostila não irá compor comandos básicos e cansativa simbologia a se trabalhar, pois os objetivos é propor o GeoGebra como ferramenta de Ensino-aprendizagem bem como proporcionar melhor visualização, conhecimento e experiências diversas com ferramenta.

Desenvolvido pela Markus Hohenwarter, em 2001 na University of Salzburg. A Florida Atlantic University dando continuidade ao projeto, a fim de buscar novas versões e atualizações para o *software*, capacitou o mesmo para que pudesse ir além dos fins geométricos. Com recursos diversos em que vão além da ideia inicial desenvolvida pela Markus Hohenwarter de cálculo geométrico, avanços foram estabelecidos e hoje o *software* GeoGebra contempla recursos numérico, algébrico, gráfico e entre outros.

Interessante ressaltar que este *software* em si é composto de algumas restrições autorais, isto é o complemento de licenças em que é disponibilizada aos usuários. O *software* GeoGebra há dois tipos de licença, sendo para fins não comerciais e fins comerciais. Vale ressaltar que a presente pesquisa utilizou-se do *software* livre (licença livre sem finalidade comercial). A licença não comercial em que não contempla fins lucrativos perante instalação prioriza acadêmicos, acadêmicos e professores, desfrutar do *software* em ambientes educacionais, tais como laboratórios, escolas, universidades entre outras redes ligadas vinculadas ao ensino. Já a versão comercial envolve editoras, escolas on-line, universidades, havendo cobranças de mensalidades e custos onde há integração sistemática ou formal do *software* GeoGebra em que geram custos financeiros. Para obter licença do *software* são necessários alguns requisitos em que o usuário terá de cumprir, de acordo com o termo de compromisso e algumas recomendações necessárias para disponibilidade da licença comercial em que é disponível no site www.GeoGebra.org/licence.

Ao escrever sobre as atividades em que iremos desenvolver em seguida, ressalta-se que toda a estrutura utilizada é de própria autoria, porém a o trabalho de dissertação de Martins Junior (2015) serviu de embasamento estrutural bem como outros autores e trabalhos em que contará na bibliografia desta apostila - Atividade Exploratória.

1. ATIVIDADE EXPLORATÓRIA **A1**

Esta atividade tem por objetivo utilizar a janela CAS - Computer Algebra System do GeoGebra. Sua finalidade é realizar cálculos numéricos, fazer uso das operações básicas de Matemática. A janela CAS esta localizada na barra de ferramentas no item **exibir**. Abra a janela CAS e realize o que se pede e armazene o documento por meio o item **gravar**.

1. Por meio da Janela CAS realize as seguintes expressões numéricas:

a) $3+12$	c) $-8+7-(3+7)$
b) $19-31+2$	d) $-43 + 12 * (3^2) + \frac{1}{2}$
2. Calcule por meio da janela CAS:

a) $8!$	c) $\sqrt{4!}$
b) $\frac{12!}{(12-3)!}$	d) $\frac{\sqrt{4!}}{(2-7)!}$
e)	
3. Munido das propriedades e simbologias Matemáticas. Expresse as seguintes expressões Matemáticas e posteriormente utilize o comando necessário e suficiente para resolvê-las, se possível.

a) $x+3=0$	
b) $x^2+3x+31=0$	
c) $(x+3)^5$	
d) $(x^2-x-6)/(x+2)$	

4. Relate as possíveis contribuições e dificuldades encontradas ao fazer o uso da Janela CAS do GeoGebra, como por exemplo se houve algum exercício em que não conseguiu fazer ou desconfiou do resultado obtido por meio da janela CAS?

R: _____

2. ATIVIDADE EXPLORATÓRIA A2

Esta atividade tem por objetivo compreender os conceitos geométricos e algébricos de um plano gráfico (usualmente iremos escrever como Plano Cartesiano). Sua finalidade é compreender ponto, reta, plano, e conceito de função. Iremos utilizar algumas ferramentas, tais como a janela de visualização com malha, ponto, reta, polígono regular, e outros. Insira a malha na janela de visualização e realize o que se pede armazenando todos os procedimentos no protocolo de construção.

1. Insira os pontos $A(-4, -2)$, $B(-4, 6)$, $C(6, 6)$ e $D(6, -2)$, ligue os pontos \overline{AB} , \overline{BC} e \overline{CD} , \overline{DA} por meio de segmentos de reta e logo após exiba um polígono ligando os pontos necessários e suficiente.
2. Insira a reta $y = 2x + 4$ por meio do item *reta*.
3. Em relação ao item anterior, o que jogou necessário para determinar à reta $y = 2x + 4$?
4. Determine o conjunto domínio e a imagem da reta $y = 2x + 4$. (Escrito por extenso).
5. Expresse um plano bidimensional (2D) utilizando os pontos do tipo $(x, 4)$ e $(2, y)$.
6. Descreva sucintamente as possíveis dificuldades encontradas no desenvolvimento desta atividade exploratória. Se julgar necessário, descreva o exercício e explicita a dificuldade encontrada.

R: _____

3. ATIVIDADE EXPLORATÓRIA A3

Esta atividade tem o objetivo de explorar as definições de funções, determinação de conjunto domínio e imagem bem como definir continuidade e descontinuidade de função. A finalidade desta atividade é utilizar o *software* GeoGebra como ferramenta para construir o gráfico, bem como proporcionar precisa visualização gráfica. Abra a janela de visualização e o protocolo de construção, disponíveis no item **exibir** da caixa de ferramentas e realize as seguintes atividades.

1. Esboce as seguintes funções abaixo em um mesmo plano gráfico.

a) $f(x) = 2x + 8$ Expresse na cor vermelha

b) $g(x) = \sqrt{x + 4}$ Expresse na cor verde

c) $h(x) = -\sqrt{x + 4}$ Expresse na cor azul

d) $p(x) = \frac{4}{x}$ Expresse na cor roxa

e) $q(x) = |x + 2|$ Expresse na cor amarela

f) $s(t) = t + \frac{2}{t}$ Expresse na cor marrom

g) $z(n) = \frac{n}{\sqrt{n + 4}}$ Expresse na cor ciano

2. Descreva sucintamente as possíveis dificuldades encontradas no desenvolvimento desta atividade exploratória. Se julgar necessário, descreva o exercício e explicita a dificuldade encontrada.

R: _____

4. ATIVIDADE EXPLORATÓRIA A4

Esta atividade exploratória tem por objetivo analisar pontos “críticos” de uma função, continuidade e descontinuidade bem como compreender o limite de uma função. A finalidade desta atividade é propor o *software* GeoGebra como ferramenta gráfica em que possa proporcionar melhor visualização, compreensão e significação de funções e gráficos bem como proporcionar um estudo critico e criterioso. Abra a janela de visualização e o protocolo de construção e realize as atividades por meio dos recursos necessárias do *software*.

1. Por meio do campo **entrada**, esboce as seguintes funções reais:

a) $f(x) = x + 2$

b) $g(x) = x^2 + 2x$

c) $h(t) = \frac{t}{1+t}$

d) $p(n) = \sqrt{2n+5} - 1$

e) $t(x) = \frac{x^4 - 16}{x^2 - 4}$

2. Quais das funções acima são contínuas e quais são descontínuas? Se julgar necessário, expresse os possíveis pontos em que a função não são contínuas.

3. Com o apoio da janela CAS expresse os seguintes limites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} x + 2$

f) $\lim_{n \rightarrow 0} \sqrt{2n+5} - 1$

b) $\lim_{x \rightarrow -3} x^2 + 2x$

g) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - 16}{x^2 - 4}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 + 2x$

h) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^2 - 4}$

d) $\lim_{t \rightarrow -2} \frac{t}{1+t}$

e) $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t}{1+t}$

4. Descreva sucintamente as possíveis dificuldades encontradas no desenvolvimento desta atividade exploratória. Se julgar necessário, descreva o exercício e explicita a dificuldade encontrada.

R: _____

REFERÊNCIAS

LEITHOUD, L. **O cálculo com geometria analítica**. Tradução Cyro de ALVES CARVALHO & SILVA CARVALHO Patarra. 3ª ed. São Paulo. HARBRA Ltda. 1994.

MARTINS JUNIOR, **atividades exploratórias de visualização de gráficos utilizando o GeoGebra: aplicações de derivadas no ensino de cálculo I**. Dissertação de mestrado. Ouro Preto – MG, 2015.

OLÍMPIO JUNIOR, A. O. **Compreensões de conceitos de cálculo diferencial no primeiro ano de Matemática: uma abordagem integrando oralidade, escrita e informática**. Tese de Doutorado, Rio Claro – SP, São Paulo, 2006.